9.30

None Leon

2021/1/20

1.某个村子里有 个村民和一笔财富 , 这笔财富会在其中 个村民中平均分配(k , 分到钱的人可以自己决定用多少钱来修路，多少钱用来私人消费，每个村民都具有柯布道格 拉斯效用函数 其中 为每个人修路的长度总和，一人修路，全村 受益， 为第 i 个村民的私人消费。假设公路和私人消费的单价均为 1 。求:

（1）在均衡条件下，这个村子最后修路修了多长?（假设有内点解）

（2）最优的修路长度随着参与分配这笔财富的村民数 k 发生什么变化?为什么?

3.对于某一起盗切案件有 个目击证人。每个目击证人可以选择告发盗穷犯，也可 以选择不告 发。由于目击证人都很忙，因此选择告发会带来一些不便，但是将罪 犯绳之以法又是大家希望看到 的结果。对于每个目击证人而言，罪犯被抓获产生 的效用为 4; 而罪犯逃脱的效用为 0. 目击证人告 发罪犯本身会带来 1 的负效用。 罪犯被抓获的充要条件是有人告发罪犯。

1). 求出所有的纯战略纳什均衡。(6’)

2). 若只有两个目击证人, 求出混合战略纳什均衡。(7’)

3). 在 个日击证人的情况下，混合战略纳什均衡具有对称性，求此均衡，并求出 罪犯被抓获的 概率。(7’)

solution:

1)任意分到钱的村民i的效用最大化：

st:

拉格朗日函数：

FOC:

解得：

加总： ，其中

2）社会最优的H

假设社会福利函数为：

st:

FOC:

其中 ，即为公平品供给的萨缪尔森条件，从该条件可以看出，与竞争性商品的供给不同，公平的供给为纵向加总

左边

表示村民对于H的相对报价之和，右边为市场的均衡条件

本题中

解得：

故

note：

财富的平均分配人数会影响到竞争性均衡时的 数量

由1）知

由于

故

即得到财富的人越多，搭便车的行为越严重。

财富的初始分配会影响到竞争性均衡时的 数量

假设初始财富分配为

st

FOC:

以C-D函数为例说明： 其中

解得：

若1,2均为内点解

此时 受到指数的影响，而不收到 的初始分配影响，也就是强调内部解的原因

若角点解

不妨假设

即

此时

由于

即 上升

说明初始分配越极端，

越接近

当时，

2.假设鲁滨逊漂流记生产和消费鱼和椰子假设在某一时期内，他决定工作200个小时，对这段时间是钓鱼还是采集椰子漠不关心。罗宾逊的鱼产量由

椰子生产

其中，和是捕鱼或采集椰子所花费的小时数。因此，

鲁宾逊漂流记对鱼和椰子的效用由

1） 如果罗宾逊不能与世界其他地方进行贸易，他将如何选择分配他的劳动力？F的最佳水平是什么？他的效用是什么？椰子鱼的价格是多少？

2）假设现在贸易已经开放，罗宾逊可以以如果罗宾逊继续生产（a）部分的和数量，一旦有机会交易，他会选择消费什么？他的新效用水平将是什么？

3） 如果罗宾逊调整产量以利用世界价格优势，你对（b）部分的回答会有什么变化？

4）将第和（c）部分的结果制成图表

solution：

1）生产可能性边界

鲁滨逊效用最大化：

st:

FOC:

解得：

2）维持禀赋

效用最大化，令

st:

FOC:

解得：

3）天正生产计划

效用最大化：

FOC:

解得：

3.对于某一起盗切案件有 个目击证人。每个目击证人可以选择告发盗穷犯，也可 以选择不告 发。由于目击证人都很忙，因此选择告发会带来一些不便，但是将罪 犯绳之以法又是大家希望看到 的结果。对于每个目击证人而言，罪犯被抓获产生 的效用为 4; 而罪犯逃脱的效用为 0. 目击证人告 发罪犯本身会带来 1 的负效用。 罪犯被抓获的充要条件是有人告发罪犯。

1). 求出所有的纯战略纳什均衡。(6’)

2). 若只有两个目击证人, 求出混合战略纳什均衡。(7’)

3). 在 个日击证人的情况下，混合战略纳什均衡具有对称性，求此均衡，并求出 罪犯被抓获的 概率。(7’)

solution：

1）求纯策略NE

令 表示告发， 表示不告发

纯策略 即无一人告发

目击者i，给定

故 会偏离 ，选择

即 不是纯策略。

纯策略2：仅有1人告发，不妨假设

选择 的目击者而言

给定

不会偏离

，i也不会偏离

纯策略3： 对于高发这而言：给定存在其他告发者的情况故会偏离

即：高发这不小于2不是纯策略NE

综上：纯策略NE有k个，分别为

3）当 时，求混合策略

支付矩阵：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | B |  |
|  |  | 1 | 0 |
| A | 1 | (3,3) | (3,4) |
|  | 0 | (4,3) | (0,0) |

假设A,B选择 的概率分别为

当 时

当 时

由无差异性：

得：

得：

由对称性知：

即混合策略NE:

3)假设有k个目击者，求混合策略NE

假设i选择 的概率为

当 时，

当 时

由无差异性知：

由对称性知：

解得：

综上：混合策略NE为：

囚犯被抓的概率为：